

# MATEMATIKA

**HELYI TANTERV**

**9.-12. évfolyam**

# MATEMATIKA TANTERV

Ez a tanterv tartalmazza a Kerettanterv által meghatározott tananyagot és annak az órakeret kb. 20%-át kitöltő kiegészítését és részletezését. A Kerettanterv kiegészítésekor törekedtünk arra, hogy a tananyag spirális felépítése fokozottan érvényesüljön. Emellett fontosnak tartjuk a fogalmak kialakításában az induktív módszer alkalmazását.

Az alábbi táblázat az egyes témakörökre felhasználható óraszámokat tartalmazza. Ezek a tanmenet elkészítése során, ahol szakmailag indokolt, átcsoportosíthatók a hozzá tartozó anyagrészekkel együtt. Az alsóbb évfolyamokon az év végi ismételésre két hetet javasolunk, míg a 12. évfolyam esetén az érettségire való közvetlen felkészülésre 8 órát szántunk.

	9. évfolyam	10. évfolyam	11. évfolyam	12. évfolyam
Gondolkodási módszerek	6	6	10	10
Számtan, algebra	38	40	31	18
Függvények, sorozatok	15	12	14	20
Geometria	39	39	40	32
Valószínűség, statisztika	5	8	10	8
Év végi ismételés	6	6	6	8
Összesen	111	111	111	96

## Célok és feladatok

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokoltá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A lehetőségekhez igazodva támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, Internet stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléletre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére.

## **Fejlesztési követelmények**

### **Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása, a matematikai szemlélet fejlesztése**

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszti a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogat-számítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A "ha ..., akkor ..." az "akkor és csak akkor" helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

### **Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban**

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a logikus gondolkodást is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség-számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érünk, hogy az érettségi előtt állók e területen bizonyos gyakorlottságra tegyenek szert.

### **Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása**

A 9–12. évfolyam matematikatanításában az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazunk (fogalmaztatunk) meg, melyek néhány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmazelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikus gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában (trigonometriában), hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatsorkaságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást.

### **Helyes tanulási szokások fejlesztése**

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

Fontos elémünk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematikatudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az Internet használata is.

### **Értékelés**

Folyamatos megfigyelés, korrekció. Csoportos és egyéni szóbeli számonkérés. Témazáró dolgozatok. Diagnosztizáló felmérés. Projektmunka értékelése. Otthoni önálló munka értékelése. Év végi szintmérés.

## **Matematikai kompetencia**

**A matematikai kompetencia a matematikai gondolkodás fejlesztésének és alkalmazásának képessége, felkészítve ezzel az egyént a mindennapok problémáinak megoldására is. A kompetenciában**

és annak alakulásában a folyamatok és a tevékenységek éppúgy fontosak, mint az ismeretek. A matematikai kompetencia - eltérő mértékben - felöleli a matematikai gondolkodásmódhoz kapcsolódó képességek alakulását, használatát, a matematikai modellek alkalmazását (képletek, modellek, struktúrák, grafikonok/táblázatok), valamint a törekvést ezek alkalmazására.

*Szükséges ismeretek, képességek, attitűdök*

A matematika terén szükséges ismeretek magukban foglalják a számok, mértékek és struktúrák, az alapműveletek és alapvető matematikai reprezentációk fejlődő ismeretét, a matematikai fogalmak, összefüggések és koncepciók és azon kérdések megértését, amelyekre a matematika választ adhat.

A matematikai kompetencia birtokában az egyén rendelkezik azzal a képességgel, hogy alkalmazni tudja az alapvető matematikai elveket és folyamatokat az ismeretszerzésben és a problémák megoldásában, a mindennapokban, otthon és a munkahelyen. Követni és értékelni tudja az érvek láncolatát, matematikai úton képes indokolni az eredményeket, megérti a matematikai bizonyítást, a matematika nyelvén kommunikál, valamint alkalmazza a megfelelő segédeszközöket.

A matematika terén a pozitív attitűd az igazság tiszteletén és azon a törekvésen alapszik, hogy a dolgok logikus okát és érvényességét keressük.

A kulcskompetenciáknak megfelelően a matematika műveltségi terület fejlesztésének kiemelt területe a biztos számolási tudás alakítása. Ugyancsak nagy gondot fordítunk a kommunikáció fejlesztésére: mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatása, megértése; saját gondolatok közzlése; a jelenségek értelmezéséhez illeszkedő érvek keresése; az érveken alapuló vitakészség fejlesztése.

A matematikai fejlődés és a tanulási folyamat során alapvető jelentőségű a jelenségekhez illeszkedő modellek, gondolkodásmódok (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszerek (aritmetikai, algebrai, geometriai, koordináta geometriai, statisztikai stb.) és leírások kiválasztásának és alkalmazásának tudása. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. A reprodukív és a problémamegoldó, alkotó gondolkodásmód fejlesztése egyaránt lényeges. Emellett azonban nem szorul háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése, a matematikai ismeretek gyakorlati alkalmazása. A műveltségi terület tanulása során elérhető a matematika szerepének megértése a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában, a döntésképeség fejlesztésében. Mindez hozzájárul a történeti szemléletmód kialakításához is. Eközben érték a pontos, kitartó, fegyelmezett munkavégzés; az önellenőrzés igénye, módszereinek megismerése és alkalmazása, a tanulás, a matematikatanulás szokásainak, képességének alakítása; a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete.

A matematika értékeinek és eredményeinek megismerése azt eredményezheti, hogy a tanulók hatékonyan tudják használni megszerzett kompetenciáikat az élet különböző területein.

## 9. évfolyam

**Évi óraszám: 111**

**Gondolkodási módszerek (6 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A szemléletes fogalmak definiálása, tudatosítása.	A megismert számhalmazok (természetes számok, egész számok, racionális számok, valós számok), ponthalmazok áttekintése, véges és végtelen halmazok, az intervallum fogalma (nyitott, zárt). Tájékozódás a számegyenesen.	Tájékozottság a racionális számkörben.
	Halmazműveletek: unió, metszet, részhalmaz képzés, két halmaz különbsége. Alaphalmaz, üres halmaz fogalma. Véges halmazok elemeinek a száma. Egyszerű azonosságok szemléletes bizonyítása ( Venn-diagram). Egyszerű feladatok a logikai szita-formulára.	Részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége.
Módszer keresése az összes eset áttekintéséhez.	Kombinatorikai feladatok, az összes eset áttekintése.	
A szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése.	Az "akkor és csak akkor" használata – (folyamatos) Tétel és megfordítása (folyamatos).	

**Számтан, algebra (39 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A fogalom célszerű kiterjesztése, a számok nagyságrendjének tudása.	Betűk használata a matematikában, műveletek betűs kifejezésekkel. Egytagú, többtagú kifejezések; kifejezések fokszáma. A hatványozás értelmezése 0 és negatív egész kitevőre, a hatványozás azonosságai; számok abszolút értéke, normál alakja.	Az azonosságok ismerete és alkalmazásuk.
<i>Kombinatív készség fejlesztése.</i>	Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás; $(a \pm b)^2$ , $a^2 - b^2$ szorzat alakja, $(a \pm b)^3$ , $a^3 \pm b^3$ szorzat alakja. Szorzattá alakítás módszerei: kiemelés, csoportosítás, nevezetes azonosságok alkalmazása.	Számok abszolútértéke, normál alakja. A másodfokú azonosságok alkalmazása.
Műveletek végzése számokkal és algebrai kifejezésekkel, a szaknyelv használata.	Ezen azonosságok alkalmazása egyszerű algebrai törtekkel végzett műveleteknél. (Egyszerűsítés, szorzás, osztás, összevonas.)	A négy alpművelet egyszerű algebrai törtekkel.

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
	Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekben. A lineáris egyenletek megoldásának áttekintése. Egyenletek megoldása mérlegelvével, szorzattá alakítással, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálatával. Gyakorlati, mindennapi életbeli problémák megoldása egyenletekkel. Egyszerű elsőfokú egyenlőtlenségek és egyszerű egyismeretlenes egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.	
Algoritmikus gondolkodás és a gyakorlati problémák modellezése, értő szövegolvasás.	Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere, grafikus módszer). Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok, százalékszámítás, kamatszámítás.	Egyszerű egyenletrendszerek biztos megoldása. A százalékszámítás alkalmazása a gyakorlatban.
A rendszerező-képesség fejlesztése.	$ ax + b  = c$ típusú egyenletek algebrai és grafikus megoldása, valamint $ ax + b  = cx + d$ típusú egyenletek megoldása.	
A matematika iránti érdeklődés erősítése az elemi számelmélet alapvető problémáival és matematikatörténeti vonatkozásaival. <i>Induktív gondolkodás fejlesztése (próbálgatás, általánosítás).</i>	Oszthatósági alapfogalmak ( osztó, többszörös, prímszám, összetett szám ) alkalmazása. A természetes számok prímtényezőre bontása. Adott számok legnagyobb közös osztója és legkisebb közös többszöröse; valamint mindezeknek az egyszerű gyakorlati alkalmazása. A relatív prím fogalma és alkalmazása. A számelmélet alaptételének alkalmazása. A 10 hatványaira, illetve a 2,3,4,5,6,8,9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályok. Egyszerű oszthatósági feladatok. Számrendszerek, Áttérés a 10-es alapú számrendszerből 2 alapú számrendszerbe és viszont. Helyiértékes írásmód.	3-mal, 9-cel való oszthatóság ismerete. Számok prímtényezőkre való bontása.

**Függvények, sorozatok (16 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
--------------------------------------	----------	----------------------------

A függvény szemlélet fejlesztése: a hozzárendelések szabályként való értelmezése. A megfelelő modell megkeresése.	A függvény fogalma, elemi tulajdonságai. Az $z_0$ egyenes és a fordított arányosság definíciója és grafikus ábrázolásuk. Arányossági feladatok megoldása. A lineáris függvény, abszolútérték függvény, másodfokú függvény, a négyzetgyök függvény, $x \mapsto \frac{a}{x}$ függvény. A függvények alkalmazása gyakorlati problémák megoldásánál. A vizsgált függvények elemi tulajdonságai: értékészlet, zérushely, monotonitás, korlátosság, szélsőértékek, paritás.	Az alapfüggvények tulajdonságainak ismerete. Képlettel megadott függvény ábrázolása értéktáblázat segítségével.
Célszerű eszközhasználat.	Értéktáblázat és képlet alapján függvény ábrázolása illetve adatok leolvasása a grafikonról. Függvény-transzformációk [ $f(x) + c$ ; $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ ].	Az alapfüggvények transzformációja egy lépés esetén.
	Kétismeretlenes egyenletrendszer grafikus megoldása.	

### Geometria (39 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
Tájékozottság a megismert síkidomok tulajdonságaiban.	Geometriai alapfogalmak. A térelemek és a szög fogalma. Szögek osztályozása. Térelemek távolsága és szöge. A háromszögekkel, négyszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek kiegészítése, rendszerezése.	Speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságainak ismerete.
Sejtések megfogalmazása, új összefüggések felfedezése, bizonyítási igény kialakítása.	Nevezetes ponthalmazok a síkban és a térben. A háromszög nevezetes vonalai, beírt köre, körülírt köre. A Pitagorasz-tétele.	A nevezetes vonalak ismerete, a háromszög beírt és köré írt körének ismerete.
	Thalész tétele, néhány alkalmazása, a kör és érintői, érintősokszög fogalma.	A körrel kapcsolatos fogalmak és az érintő tulajdonságának ismerete.
A transzformációk, mint függvények értelmezése, a matematika különböző területei közötti kapcsolatok keresése.	A geometriai transzformáció fogalma, példák geometriai transzformációkra. A tengelyes és középpontos tükrözés, ezek tulajdonságai, néhány alkalmazása (tengelyes és középpontos szimmetria; a paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala, a háromszög súlypontja). Az eltolás áttekintése, rendszerezése, a vektor fogalma. Példa további egybevágósági transzformációra (pont körüli elforgatás, <i>forgásszimmetria</i> ). Az egybevágóság mint reláció; alakzatok egybevágósága; háromszögek egybevágóságának alapesetei.	A megismert transzformációk tulajdonságainak felhasználása egyszerű, konkrét esetekben.



<b>Fejlesztési feladatok, tevékenységek</b>	<b>Tartalom</b>	<b>A továbbhaladás feltételei</b>
Síkbeli tájékozódás, tervezés, a konstrukciós, analízis képesség és a diszkussziós igény kialakítása, sokoldalú szemléltetés, szerkesztőprogramok megismerése.	A forgásszög fogalma, ívmérték, a kör középponti szöge, körív hossza, körcikk kerülete, területe. Egyszerű szerkesztési feladatok.	

**Valószínűség, statisztika (5 óra)**

<b>Fejlesztési feladatok tevékenységek</b>	<b>Tartalom</b>	<b>A továbbhaladás feltételei</b>
A statisztikai adatok helyes értelmezése. A hétköznapi életben megjelenő statisztikai adatok elemzése.	Statisztikai adatok és ábrázolásuk (kördiagram, oszlopdiagram stb.), számtani közép, medián, módusz; adatok szóródásának mérése.	Számsokaság számtani közepének kiszámítása, a középső érték (medián) és a leggyakoribb érték (módusz) ismerete. Kördiagram, oszlopdiagram adatainak értelmezése.

**Év végi ismétlés és rendszerező összefoglalás (6 óra)**

## 10. évfolyam

**Évi óraszám: 111**

### Gondolkodási módszerek (6 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A köznapi gondolkodás és a matematikai gondolkodás megkülönböztetése. A bizonyítási igény további fejlesztése.	A „szükséges”, az „elégleges” és a „szükséges és elégleges” feltétel fogalma és alkalmazása.	A csak kimondott, illetve be is bizonyított összefüggések megkülönböztetése.
	Változatos kombinatorikai feladatok <i>a hétköznapi életből</i> .	Egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatok konkrét elemszám esetén.

### Számтан algebra (40 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A permanencia elve a számfogalom bővítésében.	A valós szám szemléletes fogalma, kapcsolata a számegyenessel, a valós számok tizedestört alakja. Kapcsolat a racionális számok (közönséges) tört és tizedes tört alakja között. Példák irracionális számokra ( $\sqrt{2}$ , szakaszok összemérhetetlensége).	Tájékozottság a valós számok halmazán, a racionális és irracionális számok tizedestört alakja, nevezetes irracionális számok ismerete.
	A négyzetgyökvonás azonosságai. Gyökjel alól kihozatal, gyökjel alá bevitel, törtek nevezőjének gyöktelenítése. Az $n$ -edik gyök fogalma.	A négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása egyszerű esetekben.
A megoldás keresése többféle úton, tanulói felfedezések, önálló eljárások keresése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	A másodfokú egyenlet megoldása (teljes négyzetté kiegészítés), a megoldóképlet (a megoldhatóság vizsgálata, a diszkrimináns szerepe), gyöktényező alak. A másodfokú egyenlet és a másodfokú függvény kapcsolata. Törtes másodfokú egyenletek. Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Egyszerű szélsőérték-feladatok megoldása.	A megoldóképlet biztos ismerete és alkalmazása. Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma.
A matematika eszközként való felhasználása gyakorlati és természettudományos problémák megoldásában.	Másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok. Másodfokú egyenletrendszerek megoldása.	Különböző típusú egyszerű szöveges feladatok megoldása.
Diszkussziós igény az algebrai feladatoknál.	Ekvivalens és nem ekvivalens lépések egyenletek átalakításánál, egyszerű négyzetgyökös egyenletek. Az értelmezési tartomány és az értékkészlet vizsgálata.	Egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldása. A megoldások ellenőrzése.

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása a probléma-megoldásban.	Másodfokú egyenlőtlenség megoldása. A megoldások ábrázolása számegyenesen.	

**Függvények, sorozatok (12 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
Új függvénytulajdonságok megismerése, függvény-transzformációk további alkalmazása. A négyjegyű függvénytáblázatok és matematikai összefüggések célszerű használata.	A szögfüggvényfogalom kiterjesztése, a forgásszög szögfüggvényeinek értelmezése, összefüggések a szög szögfüggvényei között ( $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$ , pótszögek szögfüggvényei közötti kapcsolat, kiegészítő szögek szögfüggvényei közötti kapcsolat, szögek ellentettjének szögfüggvényei). A trigonometrikus függvények tulajdonságai (értelmezési tartomány, monotonitás, zérushelyek, szélsőértékek, periodicitás, értékészlet), a függvények ábrázolása. Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.	A szögfüggvények definíciójának ismerete, az $x \in \sin x$ és $x \in \cos x$ függvények ábrázolása és tulajdonságai.

**Geometria (39 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A transzformációs szemlélet fejlesztése.	A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma. Párhuzamos szelők és szelőszakaszok tétele. A szögfelezőtétel. A középpontos hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma, síkidomok hasonlósága.	A hasonlóság szemléletes tartalmának ismerete, a középpontos nagyítás és kicsinyítés alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
Kreatív problémamegoldás. Geometriai ismeretek alkalmazása, biztos számolási készség, zsebszámológép célszerű használata.	A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A hasonlóság alkalmazásai: háromszög súlyvonalai, súlypontja, arányossági tételek a derékszögű háromszögben (befogótétel, magasságtétel), körhöz húzott érintő és szelőszakaszok tétele. Hasonló síkidomok területének aránya, hasonló testek térfogatának aránya. Pitagorasz tételének alkalmazása. Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, szögfüggvények alkalmazása derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására, gyakorlati feladatok. Síkbeli és térbeli számítások (pl. háromszögek, négyszögek, sokszögek területének meghatározása szögfüggvények segítségével). Nevezetes szögek szögfüggvény-értékeinek kiszámítása.	Az alapesetek ismerete. A felsorolt tételek ismerete és alkalmazása egy vagy két lépéssel megoldható számítási feladatoknál.
A vektorok további alkalmazása.	A vektorokról tanultak áttekintése, rendszerezése. A vektorok összege, szorzása számmal, vektor felbontása különböző irányú összetevőkre a síkban. Vektorok a koordináta-rendszerben.	

**Valószínűség, statisztika (8 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A valós helyzetek értelmezése, megértése és értékelése.	További valószínűségi kísérletek, a valószínűség becslése, kiszámítása egyszerű esetekben. A valószínűség szemléletes fogalma (esemény, lehetetlen esemény, biztos esemény, komplementer esemény fogalma, valószínűsége). A valószínűség kiszámítása konkrét esetekben.	Egyszerű problémák megoldása a klasszikus valószínűségi modell alapján.

**Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás (6 óra)**

# 11. ÉVFOLYAM

Évi óraszám: 111

Gondolkodási módszerek (10 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A kombinatív, <i>rendszerzési</i> készség fejlesztése. A többféle megoldási mód lehetőségének keresése. Előzetes becsléshez szoktatás, a becslés összevetése a számításokkal.	Véges halmaz permutációi, variációi, kombinációi számának meghatározása egyszerű esetekben. Binomiális együtthatók, Pascal-háromszög. Véges halmaz részhalmazainak száma. Vegyes kombinatorikai feladatok.	Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása.
A gráf modellként való felhasználása.	Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Feladatok megoldása gráfokkal.	A gráf szemléletes fogalma, egyszerű alkalmazásai.

Számтан, algebra (31 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
	Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása új ismeretlen bevezetésével.	
A matematikai fogalom célszerű kiterjesztése, a fogalmak általánosításánál a permanencia elv felhasználása.	A hatványozás kiterjesztése pozitív alap esetén racionális kitevőkre. A hatványozási azonosságok.	A hatványozás definíciója, műveletek, azonosságok ismerete egész kitevő esetén.
Bizonyítás iránti igény mélyítése. Matematikatörténeti vonatkozások megismerése (könyvtár- és Internet használata).	A logaritmus értelmezése. A logaritmus, mint a hatványozás inverz művelete. A logaritmus azonosságai.	A logaritmus fogalmának ismerete, azonosságainak alkalmazása egyszerűbb esetekben.
Az absztrakciós és szintetizáló képesség fejlesztése. Az önellenőrzés igényének fejlesztése.	Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	A definíció és az azonosságok egyszerű alkalmazása exponenciális és logaritmikus egyenlet, <i>egyenlőtlenség</i> esetén.

Függvények, sorozatok (14 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
--------------------------------------	----------	----------------------------

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A függvényfogalom fejlesztése. Összefüggések felismerése a matematika különböző területei között. A bizonyításra való törekvés fejlesztése.	A $2^x$ , a $10^x$ függvény, az exponenciális függvény vizsgálata, exponenciális folyamatok a természetben. A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze.	
Számítógép használata a függvényvizsgálatokban és a transzformációkban.	A szögfüggvényekről tanultak áttekintése. A tanult függvények tulajdonságai (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás). A szögfüggvények transzformációi: $f(x) + c$ ; $f(x + c)$ ; $c f(x)$ ; $f(cx)$ .	Az alapfüggvények ábrái és legfontosabb tulajdonságainak vizsgálata (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték).

**Geometria, mérés (40 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A térszemlélet fejlesztése. Pontos fogalomalkotásra törekvés. Bizonyítás iránti igény továbbfejlesztése. A fizika és a matematika termékeny kapcsolatának megmutatása.	A vektorokról tanultak áttekintése, rendszerezése. A vektorműveletek tulajdonságai. Vektorok a koordinátarendszerben. Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságainak felsorolása. A skaláris szorzat koordinátákkal kifejezve.	Vektorműveletek és tulajdonságaik (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás). Vektorok alkalmazásai.
Tervszerű munkára nevelés. Az esztétikai érzék fejlesztése.	Szinusztétel, koszinusztétel. Az alkalmazásukhoz szükséges egyszerű trigonometrikus egyenletek.	A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása alapfeladatok megoldásában (a háromszög hiányzó adatainak meghatározása).
A matematika gyakorlati felhasználása. A zsebszámológép és a számítógép alkalmazása. Az eredmények realitásának és pontosságának eldöntése.	Távolság, magasság és szög meghatározása gyakorlati feladatokban és a fizikában.	
Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Helyvektor. Műveletek koordinátákkal adott vektorokkal. Két pont távolsága, szakasz hossza.	Vektorok koordinátáinak biztos használata.
A bizonyítási készség fejlesztése.	Szakasz osztópontja. A háromszög súlypontja.	Szakasz felezőpontja koordinátáinak kiszámítása.
	.	

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
Adott probléma többféle megközelítése.	<p>Az egyenes irányára jellemző adatok: az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, kapcsolatuk. Az egyenes egyenlete, különböző alakjai.</p> <p>Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele, két egyenes metszéspontja. Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordináta-geometriai eszközökkel. A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzete, metszéspontjának meghatározása. A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása.</p>	<p>Az egyenes egy szabadon választott egyenletének tudása.</p> <p>Két egyenes metszéspontjának meghatározása. A kör középponti egyenletének ismerete.</p> <p>Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálat.</p>

**Valószínűség, statisztika (10 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A körülmények kellő figyelembevétele. Előzetes becslés összevetése a számításokkal.	<p>Egyszerű valószínűség-számítási problémák.</p> <p>Néhány konkrét eloszlás vizsgálata.</p> <p>Műveletek eseményekkel konkrét valószínűség számítási példák esetén (“és”, “vagy”, “nem”).</p>	
Modellalkotásra nevelés. <i>Modell és valóság kapcsolata.</i>	<p>Relatív gyakoriság.</p> <p>A valószínűség klasszikus modellje.</p>	A relatív gyakoriság és a valószínűség közötti szemléletes kapcsolat ismerete, egyszerű valószínűségi feladatok megoldása.
A számítógép alkalmazása statisztikai adatok, illetve véletlen jelenségek vizsgálatára. A mindennapi problémák értelmezése, a statisztikai zsebkönyvek, a napi sajtó adatainak elemzése.	<p>Statisztikai mintavétel. (Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.)</p>	

**Év végi ismétlés, rendszerező összefoglalás (6 óra)**

# 12. ÉVFOLYAM

Évi óraszám: 96 óra

Gondolkodási módszerek (10 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
Az ismeretek rendszerezése: A matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása.	Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, ekvivalencia, implikáció. A halmazelméleti és logikai ismeretek kapcsolata, rendszerezése.	Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.
A deduktív gondolkodás fejlesztése.	A kombinatorikai és gráfokkal kapcsolatos ismeretek áttekintése.	

Számтан, algebra (18 óra)

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
	<b>Rendszerező összefoglalás</b> <b>Számhalmazok</b>	Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.
Matematikatörténeti ismeretek (könyvtár- és internethasználat).	Számelméleti összefoglalás. A valós számok és részalmainak.	
Szám- és műveletfogalom biztos alkalmazása.	A műveletek értelmezése, műveleti tulajdonságok. Közelítő értékek.	
	<b>Egyenletek</b>	
Tervszerű, pontos és fegyelmezett munkára nevelés. Az önellenőrzés fontossága.	Nevezetes másod- és harmadfokú algebrai azonosságok. Az egyenletmegoldás módszerei. Az alaphalmaz szerepe (értelmezési tartomány és értékkeszlet vizsgálata). Egyenlőtlenségek. Egyenlet-, illetve egyenlőtlenségrendszerek. Másodfokú kifejezések. Másodfokú egyenletek. Négyzetgyökös kifejezések és egyenletek. Exponenciális, logaritmus és trigonometrikus kifejezések, egyszerű egyenletek.	



Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A problémamegoldó gondolkodás, a szövegértés, a szövegelemzés fejlesztése.	Szöveges feladatok.	

**Függvények, sorozatok (20 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A matematika alkalmazása a gyakorlati életben. Matematikatörténeti feladatok.	A sorozat fogalma. Számítási és mértani sorozat, az $n$ . tag, az első $n$ elem összege. Kamatoskamat-számítás.	Számítási és mértani sorozat esetén az $n$ -dik tag, és az első $n$ elem összegének kiszámítása feladatokban. Kamatoskamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban.
	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.
Az absztrakciós készség fejlesztése. A függvény szemlélet fejlesztése. A függvények alkalmazása a gyakorlatban és a természet-tudományokban.	A függvényekről tanultak áttekintése, rendszerezése. Az alapfüggvények ábrázolása. Függvény-transzformációk. $f(x) + c$ ; $f(x + c)$ ; $c f(x)$ ; $f(cx)$ . Függvényvizsgálat $a$ függvények grafikonjainak segítségével.	

**Geometria, mérés (32 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A térszemlélet fejlesztése. Az esztétikai érzék fejlesztése.	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Egyszerű poliéderek.	Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételeken kívül: tételek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete.

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A matematika gyakorlati alkalmazásai a térgeometriában. Sík- és térgeometriai ismeretek összekapcsolása, analógiák felismerése.	A terület- és kerületszámítással kapcsolatos ismeretek összefoglalása. A terület és a térfogat fogalma. A poliéderek felszíne, térfogata. A hengyszerű testek, a henger felszíne és térfogata. Kúpszerű testek A kúpszerű testek felszíne és térfogata. A csonkagúla, csonkakúp térfogata, felszíne. A gömb felszíne, térfogata.	A megismert felszín- és térfogat számítási képletek alkalmazása egyszerű feladatokban.
	<b>Rendszerező összefoglalás</b> Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.	
A függvényismeret fejlesztése. A deduktív gondolkodás fejlesztése.	A geometriai transzformációk áttekintése. Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásaik. Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásaik. Körre vonatkozó tételek és alkalmazásaik.	
A matematika különböző területei közötti összefüggések felhasználása.	Vektorok, vektorok koordinátái. Vektorműveletek, műveleti tulajdonságok, alkalmazások. Derékszögű koordináta-rendszer. Alakzatok egyenlete. Trigonometrikus összefüggések és alkalmazásaik.	

**Valószínűség, statisztika (8 óra)**

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
A leíró statisztika és a valószínűség-számítás gyakorlati szerepe, alkalmazása. A számítógép felhasználása statisztikai adatok kezelésére, véletlen jelenségek vizsgálata.	Statisztikai és mintavételi adatok vizsgálata (közvéleménykutatás, minőség ellenőrzés).	Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek.
.		

Fejlesztési feladatok, tevékenységek	Tartalom	A továbbhaladás feltételei
	<p><b>Összefoglalás:</b>                      Adathalmazok jellemzői: számtani közép, mértani középsúlyozott közép, medián, módusz, szórás.                      Gyakoriság, relatív gyakoriság.                      A klasszikus valószínűségi modell.</p>	<p>Egyszerű klasszikus valószínűség-számítási feladatok megoldása.</p>

**Felkészülés az érettségire (8 óra)**



